

François Feuillebois¹, Maria L. Ekiel-Jeżewska²

Suspensions de particules et interactions hydrodynamiques dans un fluide visqueux

Introduction

Un groupe polonais (dont les responsables ont été B. Cichocki durant la période 1996-1997 et M. L. Ekiel-Jeżewska depuis 1998 jusqu'à ce jour, en 2010) et un groupe français (dont le responsable est F. Feuillebois) collaborent depuis 1996 dans le cadre des échanges entre le CNRS (Laboratoires PMMH jusqu'à fin 2009, puis maintenant LIMSI) et Académie Polonaise des Sciences (IPPT PAN). Le domaine d'étude de cette collaboration en mécanique des fluides concerne les suspensions de particules dans des fluides visqueux et en particulier les interactions hydrodynamiques dans les suspensions.

Divers collaborateurs se sont joints à ces deux groupes à diverses périodes : du côté polonais, J. Bławdziewicz, E. Wajnryb, S. May (IPPT PAN), B. Cichocki, P. Szymczak (Université de Varsovie) ; du côté français, J. Leblond (PMMH), N. Lecoq, R. Anthore, D. Bruneau, F. Bostel, K. Masmoudi (Université de Rouen), É. Guazzelli, L. Bergougnoux, B. Metzger, D. Chehata-Gomez (IUSTI, CNRS, Marseille), A. Sellier (École Polytechnique) et L. Pasol (PMMH). Par ailleurs un programme d'échange Polonium s'est déroulé en 2000-2001, les responsables étant N. Lecoq (France) et B. Cichocki (Pologne). Diverses publications sont disponibles [1]–[12] ainsi que des présentations à divers congrès [13]–[40].

Quelques notions de base

L'écoulement d'un fluide (liquide ou gaz) est régi par l'inertie et la viscosité. Le rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité est mesuré par le nombre de Reynolds :

¹ LIMSI, UPR 3251 CNRS, BP 133, Bât. 508, 91403 Orsay Cedex (France).

² IPPT PAN, Varsovie (Pologne).

$$R = \frac{\rho \ell U}{\mu}$$

où ρ est la masse volumique du fluide, μ sa viscosité, ℓ une longueur caractéristique et U une vitesse caractéristique. Dans notre expérience de tous les jours, les écoulements d'eau sont régis par l'inertie, l'influence de la viscosité étant tout à fait négligeable. Cependant, aux échelles microscopiques (ℓ petit) et pour de faibles vitesses (U petit), le nombre de Reynolds est petit et les effets visqueux l'emportent alors. Notons cependant qu'il est possible d'avoir un petit nombre de Reynolds à l'échelle humaine, par exemple avec des huiles suffisamment visqueuses.

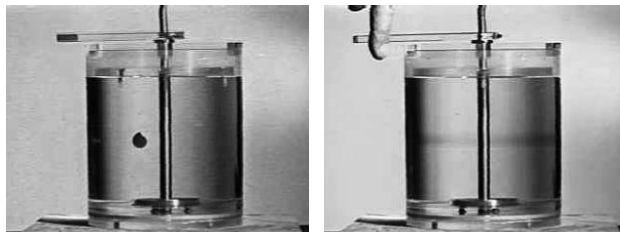
Un écoulement à faible nombre de Reynolds (appelé aussi « écoulement rampant ») se comporte de façon contraire à l'intuition que l'on peut avoir d'un écoulement (intuition basée sur l'eau à échelle humaine) :

- Le mouvement est réversible (Fig. 1). Comme la viscosité donne de la dissipation, la transformation thermodynamique est irréversible. Mais la réversibilité est ici liée à la linéarité des équations du mouvement du fluide. En effet, les équations non-linéaires de Navier-Stokes se réduisent à petit nombre de Reynolds aux équations de Stokes qui sont linéaires.

L'intervalle entre deux cylindres concentriques contient une huile visqueuse.



Une tache de colorant est placée dans cette intervalle. En faisant tourner l'un des cylindres plusieurs fois, la tache s'étale.



En tournant alors à l'envers le même nombre de tours, on retrouve la tache d'origine.

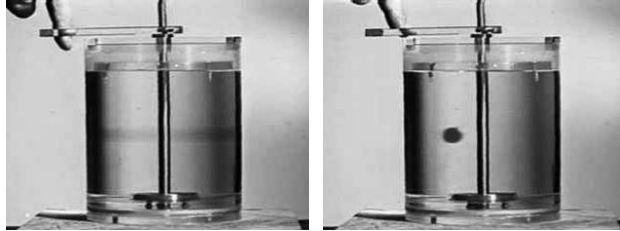


Fig. 1. Une démonstration spectaculaire de la réversibilité d'un écoulement à faible nombre de Reynolds est présentée dans le film classique de G. I.Taylor [41].

- L'inertie est négligeable. Lorsque l'on applique une force extérieure (telle que la gravité), cette force est pratiquement immédiatement compensée par une force opposée de résistance hydrodynamique. En conséquence, la dynamique de particules de taille microscopique est déterminée seulement par leurs positions (plutôt que par leurs positions et leurs vitesses, comme pour des corps en mouvement à l'échelle humaine).
- La force de traînée sur un corps en mouvement est proportionnelle à sa vitesse (alors qu'elle est proportionnelle au carré de la vitesse à l'échelle humaine, par exemple pour la force de traînée de l'air sur une voiture). Ceci est aussi lié à la linéarité des équations de Stokes.
- Le fluide s'oppose au mouvement relatif de surfaces. Cet effet, qui devient extrêmement important pour de petits écarts entre les surfaces, est utilisé dans l'application classique de la lubrification. Il donne aussi un résultat paradoxal des équations de Stokes : lorsqu'une sphère se déplace en direction d'un plan, à petite distance la force de traînée augmente comme l'inverse de l'écart. En conséquence, une sphère tombant vers une paroi dans un fluide visqueux ne l'atteindra théoriquement jamais ! Pratiquement, d'autres effets géométriques et physiques doivent alors être pris en compte : rugosité des surfaces, forces à courte portée, etc.

Sujets de recherche

Nos sujets de recherche concernent de petites particules, d'environ 0,1 à 100 microns, suspendues dans un liquide ou un gaz. Il s'agit de déterminer le mouvement d'une particule, soit sous l'action

d'une force extérieure (par exemple la gravité), soit lorsqu'elle est entraînée dans un écoulement. La réponse à cette question dépend des configurations des autres particules et interfaces situées au voisinage. La particule déplace le fluide qui à son tour déplace les autres particules, qui à leur tour influent sur le mouvement de la particule considérée. Ce sont les « interactions hydrodynamiques » qui peuvent être en principe calculées si les vitesses des particules sont déterminées pour une configuration donnée de toutes les particules et des interfaces. Ainsi, les particules interagissent par l'hydrodynamique entre elles et aussi avec les interfaces. Notons que ces interactions n'existent que s'il y a mouvement, contrairement à d'autres forces physiques. Par exemple, une particule seule ralentit lorsqu'elle se rapproche d'une paroi.

Les interactions particule-particule et particule-interface aux échelles microscopiques jouent un rôle important dans la détermination des quantités moyennes de la suspension à l'échelle globale. Il y a essentiellement deux raisons à cela :

- à ces micro-échelles, le nombre de Reynolds de l'écoulement est petit, $R \ll 1$. Les interactions hydrodynamiques à petit nombre de Reynolds ont une longue portée, plus précisément elles décroissent en général comme l'inverse de la distance. Ainsi, la vitesse du fluide créée par la sédimentation d'une sphère décroît comme l'inverse de la distance à la sphère. En conséquence, les interactions entre toutes les surfaces, même les plus éloignées, sont toujours importantes. D'où la difficulté essentielle du calcul de tels écoulements : les interactions hydrodynamiques entre les particules et les interactions avec les parois doivent être évaluées de façon précise ; ceci d'autant plus que l'influence des surfaces par rapport aux volumes devient importante dans des dispositifs de petite taille,
- le mouvement relatif de surfaces proches dans le régime de lubrification crée sur ces surfaces des forces et couples qui croissent indéfiniment lorsque l'écart entre les surfaces tend vers zéro, comme indiqué ci-dessus à propos du paradoxe de l'absence de collision. Ceci entraîne des difficultés supplémentaires dans le calcul des interactions et a des répercussions au niveau global de la suspension.

Applications

De nombreux travaux actuels concernent des applications aux micro-échelles. Considérons par exemple la propulsion de micro-objets par « natation » dans un fluide. Il s'agit de comprendre le mouvement des bactéries, des algues pour en déduire la conception de micro-robots. On peut aussi s'intéresser à la structure d'amas de micro-objets en vue d'étudier le mouvement collectif de suspensions.

Diverses applications de l'hydrodynamique des suspensions aux micro-échelles existent déjà, par exemple les techniques de séparation en chimie analytique (fractionnement flux-force ou FFF, cellule SPLITT) et divers processus en génie chimique, filtration, analyse de bactéries, etc. Un nombre sans cesse croissant de micro-systèmes du type « laboratoire sur une puce » est produit de façon courante pour ces applications.

Les outils de la recherche sur les suspensions aux micro-échelles

Notre étude des interactions hydrodynamiques entre particules et entre particules et parois aux micro-échelles a utilisé à la fois des outils expérimentaux et théoriques.

Expériences

Plutôt que de réaliser des expériences difficiles à l'échelle microscopique, il est possible d'utiliser la similitude de Reynolds : du point de vue hydrodynamique, le mouvement de particules microscopiques dans de l'eau ou de l'air est le même que celui de particules de taille millimétrique dans une huile très visqueuse, à condition d'avoir le même nombre de Reynolds dans les deux cas, $R \ll 1$. On est alors amené à utiliser une huile dont la viscosité vaut environ 10^5 fois celle de l'eau.

Un schéma de notre dispositif expérimental est présenté Fig. 2. On étudie ici le mouvement d'une bille de taille millimétrique en sédimentation dans une huile très visqueuse contenu dans un récipient de forme particulière. Le déplacement vertical de la bille est mesuré par le principe de l'interférométrie laser. La résolution sur la mesure du déplacement est de 50 nm, ce qui est extrêmement petit devant la taille de la bille. Il est alors possible d'étudier les interactions particule-paroi de façon très

fine ; on a par exemple accès à l'influence de la rugosité de la paroi. Une photo de l'interféromètre est présentée Fig. 3. L'huile et la particule sont contenues dans une cellule appropriée aux interactions étudiées. Des exemples de cellules sont présentés Fig. 4. On suit le mouvement horizontal de la particule en déplaçant la cellule avec des moteurs linéaires (Fig. 2) dont on contrôle automatiquement les déplacements (on ne déplace pas l'interféromètre, car le réglage des faisceaux est délicat). On mesure aussi simultanément le mouvement de rotation de la bille au moyen d'une caméra vidéo.

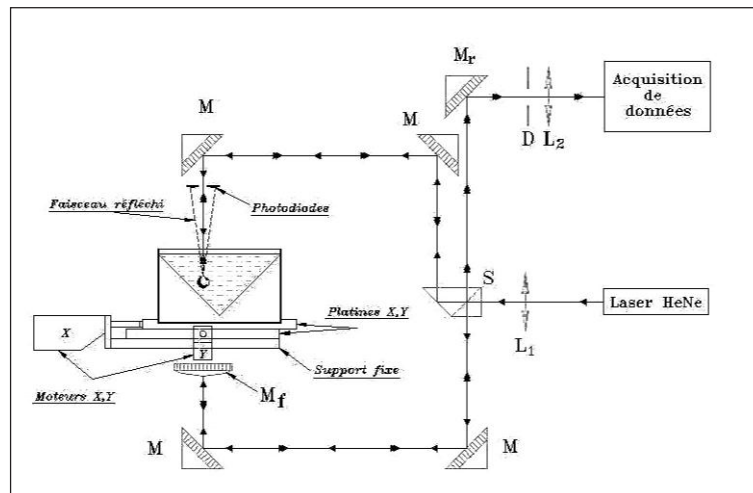


Fig. 2. Montage expérimental.

Le faisceau d'un laser Hélium-Néon (à droite) est partagé par le séparateur S en un faisceau haut et un faisceau bas. Le faisceau haut est réfléchi par la bille en mouvement de sédimentation dans l'huile. Le faisceau bas est réfléchi par un miroir de référence M_r . Les deux faisceaux réfléchis sont alors combinés en S pour former des franges d'interférence (en haut à droite). Le déplacement des franges donne le déplacement de la sphère avec une résolution d'une fraction d'interfrange, soit 50 nm. Si la bille est décentrée par rapport au faisceau incident vertical, le faisceau qu'elle réfléchit est capté par des photodiodes qui fournissent alors un signal permettant de déplacer horizontalement la cellule au moyen des moteurs linéaires X, Y afin de replacer la bille dans le faisceau incident.

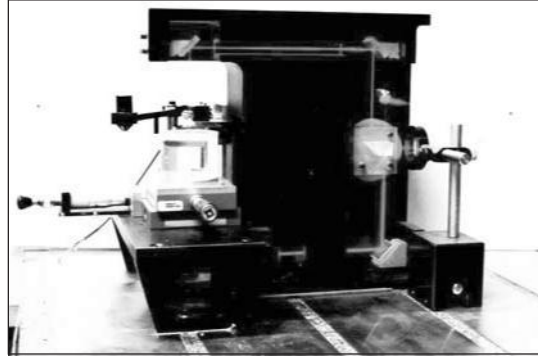


Fig. 3. Vue de l'interféromètre.

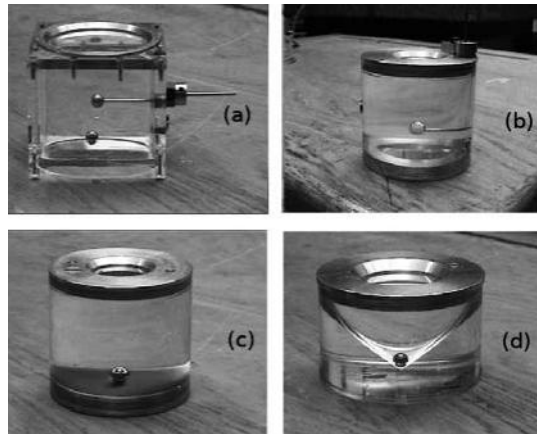


Fig. 4. Différentes cellules permettant d'étudier différents effets hydrodynamiques : interaction d'une particule mobile avec une particule fixe (a,b), une paroi horizontale rugueuse (c), un récipient conique (d).

Théorie

La théorie est basée sur les équations de Stokes décrivant le mouvement du fluide visqueux. Ces équations sont résolues par développements en séries de types particuliers de solutions. Pour des géométries à symétrie axiales, on utilise un développement en coordonnées cylindriques, voire dans certains cas en coordonnées bisphériques. En général, pour des systèmes contenant un grand nombre (pratiquement jusqu'à quelques centaines) de particules sphériques (avec éventuellement une paroi plane), on utilise un développement en multipôles. Nous avons construit des algorithmes efficaces et précis basés sur cette méthode, tel le code HYDROMULTIPOLE.

Interactions entre deux particules rugueuses proches

Comme indiqué plus haut, en écoulement de Stokes deux particules idéalement sphériques ne pourront pas venir en contact, même si une force extérieure les pousse l'une contre l'autre. Cependant, comme les particules réelles sont rugueuses, pourront-elles se toucher ? Et si oui, comment ceci peut-il s'expliquer théoriquement ? Nous avons étudié ce problème au moyen d'un montage expérimental dans lequel l'une des particules est fixe (voir les Fig. 4a,b) et une seconde particule de même taille se déplace sous l'effet de la gravité [3]-[5], comme schématise figure 5. Le mouvement de la particule mobile a été étudié expérimentalement au moyen du montage décrit plus haut. Pour la théorie, nous avons utilisé le code HYDROMULTIPOLE couplé à des expressions tirées de la théorie de la lubrification lorsque les distances entre particules sont petites [5]. Dans ce calcul, les particules étaient considérées comme sphériques et seules étaient prises en compte les forces de gravité et forces hydrodynamiques.

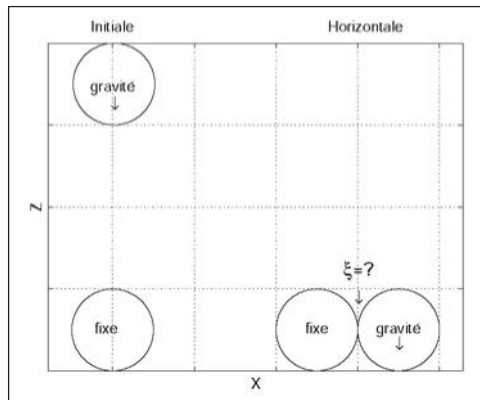


Fig. 5. Quelle est la plus petite distance ξ entre les surfaces des particules?

Si la position initiale de la particule mobile est très légèrement décentrée par rapport à la verticale de la particule fixe (partie gauche de la Fig. 5), on obtient par le calcul une très petite (mais non nulle !) distance entre les surfaces des particules dans la configuration horizontale schématisée sur la partie droite de la Fig. 5. En outre, compte-tenu des hypothèses, la trajectoire de la sphère est symétrique par rapport au plan horizontal passant par les centres des sphères en configuration horizontale.

Dans l'expérience, nous avons observé cette symétrie lorsque l'écart initial par rapport à la verticale dépasse une certaine valeur critique, mais pas lorsqu'il est petit (Fig. 6). Nous avons aussi observé que cette valeur critique correspond à une distance ξ entre les surfaces des sphères qui est d'un ordre de grandeur comparable à la rugosité des surfaces.

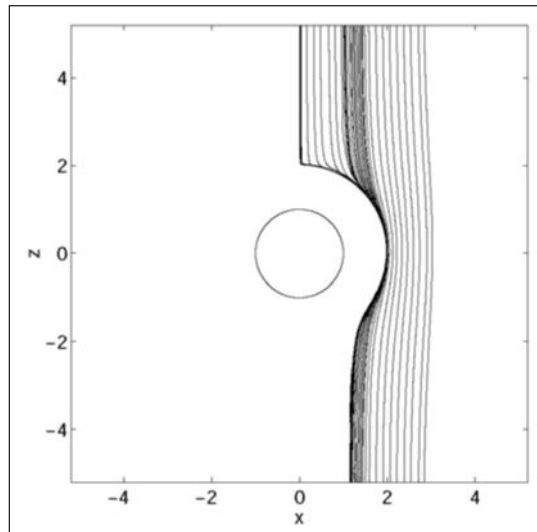


Fig. 6. Ensemble des trajectoires mesurées.

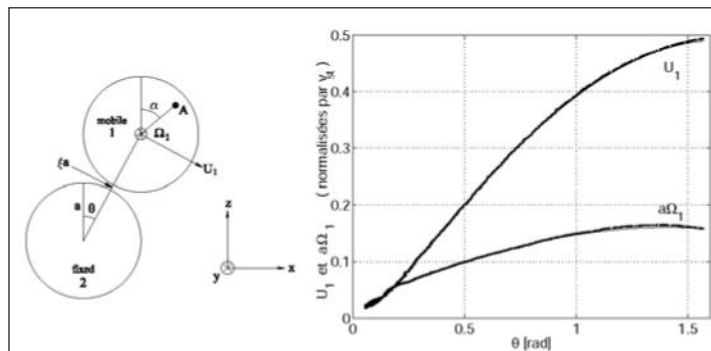


Fig. 7. Vitesses de translation U_1 et de rotation Ω_1 à différentes positions successives de sphères en contact. Le modèle superposant les forces de frottement mécanique aux forces d'interaction hydrodynamique entre particules rugueuses (ligne continue) est en excellent accord avec l'expérience (points). À droite, U_1 et $a\Omega_1$ sont normalisées par la vitesse de Stokes V_{St} .

Pour résoudre ce paradoxe, nous avons alors supposé que des particules rugueuses peuvent se toucher (le « contact » pourrait en fait correspondre à quelques couches de liquide à l'échelle moléculaire). Nous avons modélisé les forces de frottement mécanique entre particules rugueuses par la théorie classique de Coulomb et les forces d'interaction hydrodynamiques en considérant des particules lisses sphériques « équivalentes » aux particules rugueuses [3]. Ce modèle utilisant la superposition de deux types de forces est en excellent accord avec les mesures de vitesses de translation et de rotation lorsque les particules sont au contact [4], ainsi que l'indique l'illustration de la Fig. 7. Cette approche peut alors servir de base à une description de suspensions denses de particules.

Sphère en mouvement le long de l'axe d'un récipient conique

Lorsqu'une sphère se déplace le long de l'axe d'un récipient conique, la nouvelle solution analytique que nous avons obtenue [2] montre que la force de lubrification croît comme $\xi^{-5/2}$, où ξ est l'intervalle entre la surface de la sphère et la paroi. Par comparaison, la force de lubrification croît comme ξ^{-1} pour une sphère qui s'approche d'un plan. Il s'ensuit que le mouvement d'approche d'une sphère en sédimentation vers un cône est beaucoup plus lent que vers un plan. Ce résultat est en excellent accord avec l'expérience utilisant l'interférométrie laser (Fig. 3) et la cellule comportant un récipient conique (Fig. 4d).

Interaction hydrodynamique entre une sphère et une paroi rugueuse

Bien qu'une sphère en sédimentation ne puisse théoriquement jamais toucher une paroi plane horizontale, elle peut pratiquement s'arrêter sur une paroi rugueuse. La présence d'une rugosité sur la paroi modifie en effet la force de traînée sur la sphère et en particulier la force de lubrification à courte distance. Nous avons étudié expérimentalement la sédimentation d'une bille de taille millimétrique en direction d'une paroi de rugosité contrôlée (en accordéon, voir Fig. 8). Le déplacement de la sphère a été mesuré par interférométrie laser (voir ci-dessus). Si la sphère n'est pas trop proche de la paroi rugueuse, celle-ci apparaît comme une paroi lisse équivalente située à une certaine distance en dessous du sommet des rugosités. Cette distance est appelée « longueur de glissement » car le fluide semble glisser sur le sommet des rugosités. Pour la théorie,

nous utilisons des solutions particulières des équations de Stokes qui s'expriment sous forme de séries. Les résultats théoriques [6]-[7] sont en excellent accord avec l'expérience. Nous avons aussi calculé de façon indépendante les lignes de courant pour un écoulement perpendiculaire aux crêtes au moyen de la méthode des éléments finis (Fig. 8). La paroi lisse équivalente obtenue par cette méthode est indiquée par une ligne pointillée.

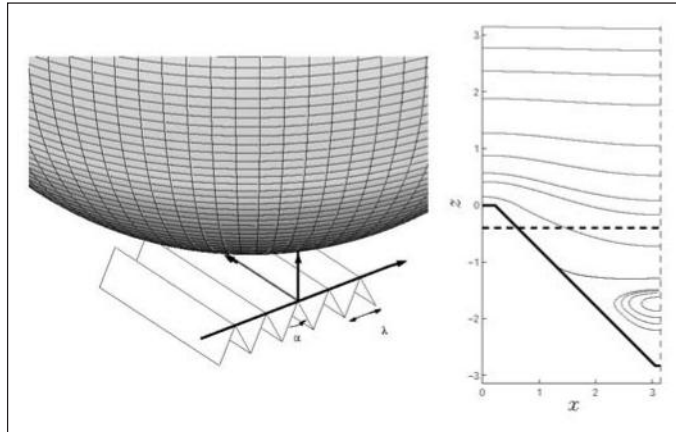


Fig. 8. À gauche : schéma d'une sphère en sédimentation vers une paroi rugueuse en accordéon. À droite : résultat d'un calcul de lignes de courant dans le cas d'un écoulement de cisaillement le long de cette paroi, dans la direction normale aux crêtes (qui sont ici érodées comme dans l'expérience).

Écoulement autour d'une sphère fixée au voisinage d'une paroi plane

L'écoulement autour d'une sphère fixée au voisinage d'une paroi plane a été calculé dans le cas de différents écoulements ambiants. Deux méthodes ont été utilisées : les coordonnées bisphériques et les développements en multipôles. La force et le couple hydrodynamiques qui s'exercent sur la sphère ont été calculés avec une très grande précision et les résultats obtenus par les deux méthodes sont identiques à 10^{-16} près [8]-[9]. La solution de type analytique obtenue en coordonnées bisphériques a aussi permis d'obtenir l'écoulement de façon très détaillée. La Fig. 9 montre des trajectoires du fluide autour d'une sphère fixée dans un écoulement ambiant dont la vitesse varie de façon quadratique avec la distance au plan. En l'absence de sphère, cet écoulement n'exerce aucune force visqueuse sur la paroi. En présence de sphère, la force sur le plan est opposée à celle qui s'exerce sur la sphère. On observe

qu'une sphère même assez éloignée de la paroi (à 10 rayons) crée des régions de recirculation près de celle-ci. Notons qu'il ne s'agit pas de sillage, car il n'existe pas de sillage (notion liée à l'inertie du fluide) en écoulement de Stokes.

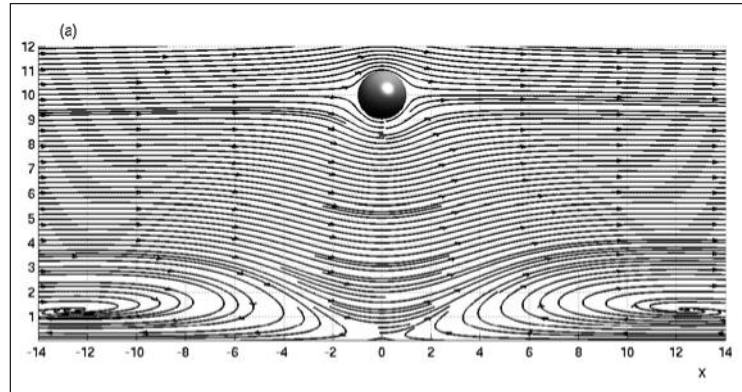


Fig. 9. Trajectoires du fluide autour d'une sphère fixée dans un écoulement ambiant dont la vitesse varie de façon quadratique avec la distance à la paroi.

Nuage de particules en sédimentation

On considère ici des particules distribuées de façon aléatoire de façon à former un nuage de forme sphérique. La sédimentation d'un tel nuage a été étudiée théoriquement. La vitesse moyenne de sédimentation du nuage et les vitesses moyennes locales des particules et du fluide ont été obtenues au moyen d'un modèle de particules ponctuelles et de moyennes d'ensemble [10]. Même si le nuage comporte peu de particules, les champs de vitesse moyens de la suspension sont décrits par la même fonction que pour une goutte de fluide dense en sédimentation dans un fluide plus léger. Ces résultats ont été utilisés ultérieurement pour modéliser des expériences donnant la vitesse de sédimentation moyenne d'amas de particules très proches [12].

Conclusions

Nous avons, dans le cadre de cette collaboration entre le CNRS et Académie Polonaise des Sciences, étudié les interactions hydrodynamiques dans des suspensions de particules dans des fluides visqueux aux micro-échelles. Pour ce faire, nous avons combiné une technique expérimentale à haute résolution basée sur l'interférométrie laser couplé à un suivi par caméra vidéo et

des modèles théoriques basés en particulier sur des solutions très précises des équations de Stokes. Un certain nombre de résultats ont été obtenus. Citons en particulier ceux-ci :

- Les interactions hydrodynamiques entre surfaces solides rugueuses peuvent être décrites comme si elles étaient lisses, mais avec un changement d'échelle des configurations géométriques.
- Le frottement mécanique entre particules rugueuses modifie leur mouvement relatif. En conséquence, il faut prendre cet effet en considération dans le calcul des coefficients de transfert dans les suspensions (auto-diffusion, diffusion collective, viscosité moyenne, vitesse moyenne de sédimentation).

Ces différents résultats ont des applications en microfluidique, pour les microsystèmes fluides et les processus biologiques.

Références :

- [1] D. Bruneau, F. Feuillebois, J. Bławzdziwicz, and R. Anthore, « Threedimensional intrinsic convection in dilute and dense dispersions of settling spheres », *Phys. of Fluids*, 10(1), p. 55-59, 1998.
- [2] K. Masmoudi, N. Lecoq, R. Anthore, S. May, and F. Feuillebois, « Lubricating motion of a sphere in a conical vessel », *Phys. of Fluids*, 10(5), p. 1231-1233, 1998.
- [3] M. L. Ekiel-Jeżewska, F. Feuillebois, N. Lecoq, K. Masmoudi, R. Anthore, F. Bostel, and E. Wajnryb, « Hydrodynamic interactions between two spheres at contact », *Phys. Rev. E*, 59(3), p. 3182-3191, 1999. Erratum : 60, p. 4994 (1999).
- [4] M. L. Ekiel-Jeżewska, N. Lecoq, R. Anthore, F. Bostel, and F. Feuillebois, « Rotation due to hydrodynamic interactions between two spheres at contact », *Phys. Rev. E*, 66(051504), p. 1-14, 2002.

- [5] M. L. Ekiel-Jeżewska, N. Lecoq, R. Anthore, F. Bostel, and F. Feuillebois, « Interactions between two close spheres in Stokes flow », in : K. Bajer and R. K. Moffatt, editors, *Tubes, Sheets and Singularities in Fluid Dynamics, Proceedings of the IUTAM Symposium, Zakopane, Poland, 2-7 sept.*, volume 9 of *Fluid Mechanics and its applications*, p. 343-348, Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [6] P. Szymczak, B. Cichocki and F. Feuillebois, « Effective boundary conditions for creeping flow along a periodic rough surface », in : K. Bajer and R. K. Moffatt, editors, *Tubes, Sheets and Singularities in Fluid Dynamics, Proceedings of the IUTAM Symposium, Zakopane, Poland, 2-7 sept.*, volume 9 of *Fluid Mechanics and its applications*, p. 349-354, Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [7] N. Lecoq, R. Anthore, B. Cichocki, P. Szymczak, and F. Feuillebois, « Drag force on a sphere moving towards a corrugated wall », *J. Fluid Mech.*, 513, p. 247-264, 2004.
- [8] L. Pasol, A. Sellier, and F. Feuillebois, « A sphere in a second degree polynomial creeping flow parallel to a wall », *Quart. J. Mech. Applied Math.*, 59(4), p. 587-614, 2006.
- [9] M. L. Ekiel-Jeżewska and E. Wajnryb, « Accuracy of the multipole expansion applied to a sphere in a creeping flow parallel to a wall », *Quart. J. Mech. Applied Math.*, 59(4), p. 563-585, 2006.
- [10] M. L. Ekiel-Jeżewska, B. Metzger, and E. Guazzelli, « Spherical cloud of point particles falling in a viscous fluid », *Phys. of Fluids*, 18 :038104, 2006.
- [11] M. L. Ekiel-Jeżewska, E. Wajnryb, J. Bławdziewicz, and F. Feuillebois, « Lubrication approximation for microparticles moving along parallel walls », *J. Chem. Phys.*, 129(181102), p. 1-4, 2008.
- [12] S. Alabrudziński, M. L. Ekiel-Jeżewska, D. Chehata-Gomez, and T. A. Kowalewski, « Particle clusters settling under gravity in a viscous fluid », *Phys. of Fluids*, 21 :073302, 2009.

- [13] K. Masmoudi, N. Lecoq, R. Anthore, S. May, F. Feuillebois, « Mouvement d'une sphère dans un récipient conique en régime de lubrification », in : *Réunion du GDR Physique des Milieux Hétérogènes Complexes*, Paris, France, 13 mars 1998.
- [14] M. L. Ekiel-Jeżewska, F. Feuillebois, N. Lecoq, K. Masmoudi, R. Anthore, F. Bostel, E. Wajnryb, « Contact friction in hydrodynamic interactions between two spheres », in : *Third Conference on Multiphase Flow, ICMF'98*, Lyon, France, June 8-12 1998.
- [15] N. Lecoq, M. L. Ekiel-Jeżewska, F. Feuillebois, K. Masmoudi, R. Anthore, « Interactions hydrodynamiques et frottement solide entre deux sphères en contact », in : *Les MIAM (Milieux aléatoires macroscopiques) : 18 ans*, Carry-le-Rouet, France, 2-4 septembre 1998.
- [16] N. Lecoq, M. L. Ekiel-Jeżewska, F. Feuillebois, « Sphères au contact en écoulement de Stokes. Modification des interactions hydrodynamiques », in : *19^{ème} Rencontre de Physique Statistique*, Paris, France, 28-29 janvier 1999.
- [17] N. Lecoq, R. Anthore, F. Bostel, K. Masmoudi, M. L. Ekiel-Jeżewska, F. Feuillebois, « Interactions hydrodynamiques et forces de contact pour deux sphères en régime de lubrification », in : *Rencontre sur les suspensions du GDR Physique des Milieux Hétérogènes Complexes*, Paris, France, 26 mars 1999.
- [18] N. Lecoq, R. Anthore, M. L. Ekiel-Jeżewska, and F. Feuillebois, « Measurements of translational and rotational velocities of a sphere in Stokes flow », in : *EUROMECH 406, Image Processing Methods in Applied Mechanics*, Warsaw, Poland, May 6-8 1999.
- [19] K. Masmoudi, N. Lecoq, R. Anthore, S. May, F. Feuillebois, « Mouvement de lubrification d'une sphère dans un cône », in : *14^{ème} Congrès français de mécanique*, Toulouse, France, 30 août – 3 septembre 1999.
- [20] N. Lecoq, F. Bostel, R. Anthore, M. L. Ekiel-Jeżewska, F. Feuillebois, « Interactions hydrodynamiques entre deux

sphères au contact », in : *14^{ème} Congrès français de mécanique*, Toulouse, France, 30 août – 3 septembre 1999.

- [21] N. Lecoq, R. Anthore, F. Bostel, M. Ekiel-Jeżewska, M. Fermigier, F. Feuillebois, « Lubrification et frottement entre particules en contact », in : *Matière désordonnée : rétrospective, perspectives, diffusion*, Carry-le-Rouet, 15-16-17 mai 2000.
- [22] N. Lecoq, R. Anthore, F. Feuillebois, M. Ekiel-Jeżewska, « Interactions hydrodynamiques entre deux particules rugueuses au contact : mesure des vitesses de translation et de rotation », in : *7^{èmes} Journées de la Matière Condensée*, Poitiers, 28 août – 1^{er} septembre 2000.
- [23] N. Lecoq, R. Anthore, F. Bostel, F. Feuillebois, M. Ekiel-Jeżewska, « Measurement of hydrodynamic and contact friction interactions between two spherical particles », in : *4th International Conference on Multiphase Flow (ICMF-2001)*, New Orleans, USA, May 27-June 1 2001.
- [24] M. Ekiel-Jeżewska, N. Lecoq, R. Anthore, F. Bostel, F. Feuillebois, « Interactions between two close spheres in Stokes flow », in : *NATO Advanced Research Workshop 8 IUTAM Symposium on Tubes, Sheets and Singularities in Fluid Dynamics*, Zakopane, Poland, September 2-7 2001.
- [25] B. Cichocki, F. Feuillebois, P. Szymczak, « Effective boundary condition for creeping flow along a periodic rough surface », in : *NATO Advanced Research Workshop & IUTAM Symposium on Tubes, Sheets and Singularities in Fluid Dynamics*, Zakopane, Poland, September 2-7 2001.
- [26] M. Ekiel-Jeżewska, N. Lecoq, R. Anthore, F. Bostel, F. Feuillebois, « Hydrodynamic interactions between two very close spheres », in : *Euromech colloquium 421 on Strongly-Coupled Dispersed Two-Phase Flows*, LEGI, Grenoble, France, September 10-12 2001.
- [27] N. Lecoq, F. Feuillebois, B. Cichocki, P. Szymczak, « Interactions hydrodynamiques entre une particule sphérique et une paroi

- rugueuse périodique », in : *22^{ème} Rencontre de Physique Statistique*, Paris, France, 24-25 janvier 2002.
- [28] N. Lecoq, R. Anthore, F. Bostel, M. Ekiel-Jeżewska, F. Feuillebois, « Hydrodynamic and contact friction interactions between two close spheres in Stokes flow », in : *American Institute of Chemical Engineers (AIChE) annual meeting*, Indianapolis, Indiana, USA, November 3-8 2002.
- [29] N. Lecoq, F. Feuillebois, B. Cichocki, P. Szymczak, « Drag on a sphere moving towards a corrugated wall », in : *23^{ème} Rencontre de Physique Statistique*, Paris, France, 30-31 janvier 2003.
- [30] N. Lecoq, R. Anthore, B. Cichocki, P. Szymczak, F. Feuillebois, « Drag force on a sphere moving towards a corrugated wall », in : *5th European Fluid Mechanics Conference*, Toulouse, France, August 24-28 2003.
- [31] N. Lecoq, B. Cichocki, P. Szymczak, F. Feuillebois, « Force exercée sur une particule en mouvement vers une paroi rugueuse », in : *16^{ème} Congrès français de mécanique*, Nice, France, 1-5 septembre 2003.
- [32] N. Lecoq, F. Feuillebois, and S. May, « Lubrication motion of a sphere in a conical vessel : a general solution », in : *5th International Conference of Multiphase Flow (ICMF 2004)*, Yokohama, Japan, May 30 – June 2 2004.
- [33] N. Lecoq, N. Anthore, B. Cichocki, P. Szymczak, and F. Feuillebois, « Drag force on a sphere moving towards a corrugated wall », in : *5th International Conference of Multiphase Flow (ICMF 2004)*, Yokohama, Japan, May 30 – June 2 2004.
- [34] M. L. Ekiel-Jeżewska, B. Metzger, and É. Guazzelli, « ‘Perfect drop’ of point particles falling in a viscous fluid », in : *2nd Warsaw School of Statistical Physics*, Kazimierz Dolny, Poland, June 15-22 2007.
- [35] M. L. Ekiel-Jeżewska, B. Metzger, and É. Guazzelli, « ‘Perfect drop’ of point particles falling in a viscous fluid », in : *COST P21*

Action « Physics of Droplets », University of Granada, March 29 2007.

- [36] S. Alabrudziński, D. Chehata-Gomez, M. L. Ekiel-Jeżewska, and T. A. Kowalewski, « Velocity of particle clusters settling under gravity in a viscous fluid », in : *COST P21 Action, « Physics of Droplets »*, University of Granada, March 29 2007.
- [37] R. Anthore, F. Bostel, B. Cichocki, M. L. Ekiel-Jeżewska, F. Feuillebois, N. Lecoq, K. Masmoudi, P. Szymczak, E. Wajnryb, « Suspensions of particles in a viscous fluid and hydrodynamic interactions », in : *Celebration of 50 years of CNRS/PAN Cooperation*, CNRS, PAN, Paris, 25-26 October 2007.
- [38] R. Anthore, F. Bostel, B. Cichocki, M. L. Ekiel-Jeżewska, F. Feuillebois, N. Lecoq, K. Masmoudi, P. Szymczak, E. Wajnryb, « Suspensions of particles in a viscous fluid and hydrodynamic interactions », in : *French-Polish scientific forum (Poster session)*, PAN, Paris, 26-27 June 2008.
- [39] P. Szymczak, B. Cichocki, N. Lecoq, F. Feuillebois, « Hydrodynamic interactions of a sphere and a rough wall », in : *Forum scientifique franco-polonais*, Académie Polonaise des Sciences, Paris, 26-27 juin 2008.
- [40] J. Bławdziewicz M. L. Ekiel-Jeżewska, E. Wajnryb and F. Feuillebois, « Microparticles in narrow microchannels – lubrication approximation », *3rd Warsaw School of Statistical Physics*, Kazimierz Dolny, Poland, June 27 – July 4 2009.
- [41] G. I. Taylor, *Low Reynolds number flow*, National Committee for Fluid Mechanics Films (NCFMF), 1961.